

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation

_____ *Le total des exercices est noté sur 40 points ; la note finale correspondra à la somme des points divisée par 2* _____

Exercice 1 [6pt] Déterminer les limites suivantes :

- 1) [1,5pt] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^3 + 4}{7x^3 + x^2 - x + 1}$
- 2) [1,5pt] $\lim_{x \rightarrow -3^-} 2x^2 + 4x - 6x^2 + x - 6$
- 3) [1,5pt] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2 + 4x - 6}$
- 4) [1,5pt] $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{2x + 1}x^2$

Exercice 2 [5,5pt] Calculer les dérivées des fonctions suivantes [on ne précisera ni le domaine de définition des fonctions ni celui des dérivées].

- 1) [1pt] $f(x) = \frac{5x^2 - x + 3}{2x + 5}$
- 2) [1pt] $f(x) = (x^2 - 7x + 3)^{17}$
- 3) [1,5pt] $f(x) = \sqrt{x^4 - 5x + 4}$
- 4) [2pt] $f(x) = (x^2 - x)\sqrt{5x^2 + 4}$

Exercice 3 [13pt] Soit f la fonction définie sur $]2, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{(x+2)^2}{x-2}.$$

On note C_f sa courbe représentative.

- 1) [1,5pt] Étudier la limite de f en $+\infty$. Préciser si ce calcul de limite fournit ou non la présence d'une asymptote à C_f [le cas échéant préciser la nature de l'asymptote ainsi qu'une équation].
- 2) [1,5pt] Étudier la limite de f en 2^+ . Préciser si ce calcul de limite fournit ou non la présence d'une asymptote à C_f [le cas échéant préciser la nature de l'asymptote ainsi qu'une équation].
- 3) [1,5pt] Calculer f' la dérivée de f et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme

$$f'(x) = \frac{(x+2)(x-6)}{(x-2)^2}.$$

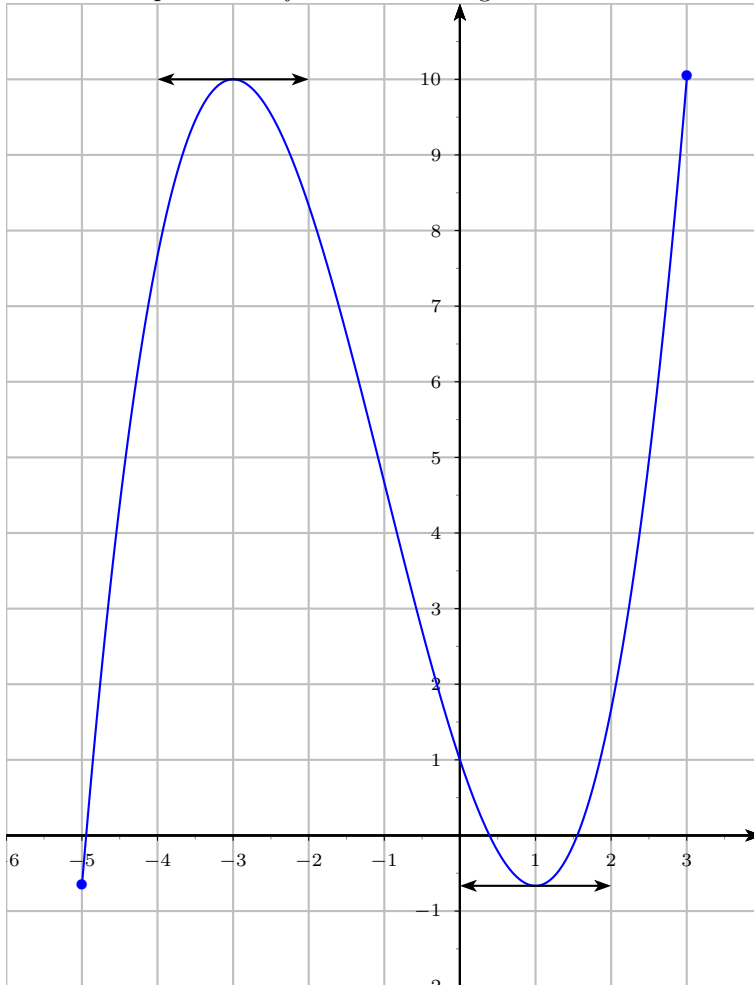
- 4) [2pt] Dresser le tableau de variations complet de f sur l'intervalle $]2, +\infty[$.
- 5) [1,5pt] Déterminer une équation de T la tangente à C_f au point d'abscisse 3.
- 6) [2pt] Trouver trois réels a, b, c tels que pour $x \in]2, +\infty[$ on a

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}.$$

- 7) [1,5pt] En déduire que la courbe C_f admet une asymptote oblique Δ au voisinage de $+\infty$ [on précisera l'équation de l'asymptote oblique].
- 8) [1,5pt] Étudier la position relatif de C_f par rapport à Δ .

Exercice 4 [12,5pt] On considère une fonction f définie sur \mathbb{R} . On a représenté ci-dessous le graphe de f sur l'intervalle $[-5,3]$.

La courbe représentant f admet une tangente horizontale en les points d'abscisses -3 et 1 .



- 1) a) [2pt] Déterminer par lecture graphique $f(0)$, $f(-3)$, $f'(-3)$ et $f'(1)$.
- b) [3pt] On admet qu'il existe $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ tel que pour $x \in \mathbb{R}$ on a

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

En utilisant la question précédente trouver les valeurs de a, b, c et d .

- 2) On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 1$.
 - a) [2pt] Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.
 - b) [2pt] Dresser le tableau de variations complet de g sur \mathbb{R} .
 - c) [1,5pt] Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant g au point d'abscisse 2.
 - d) [2pt] Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[1, 2]$.

Exercice 5 [3pt] Déterminer les dimensions du rectangle de périmètre 8 ayant la surface maximale.